

PROVES CANGUR - 2011

Kangourou Sans Frontières

Nivell 2
4t ESO

Les **Proves Cangur** tenen com a objectiu estimular i motivar l'aprenentatge de les matemàtiques a través del problema que demanen enginy a més de coneixements.

Començaren com una experiència a Austràlia als anys 80. El concurs va ser heretat per França i uns quants països que varen formar l'associació *Kangourou sans Frontières*. En l'actualitat n'hi ha més de 40 països de tot el món on es fan les proves.

Enguany els enuncis els ha preparat l'organització en una reunió internacional que va tindre lloc a Tiflis (*Tbilisi - Geòrgia*).

Nivells escolars a què s'adreça la Prova Cangur

Nivell 1: alumnes de 3r ESO.

Nivell 2: alumnes de 4t ESO.

Nivell 3: alumnes de 1r Batxillerat.

Nivell 4: alumnes de 2n Batxillerat.

Característiques de la competició per als nivells 1, 2 i 3

- La prova s'ha de realitzar en 1 hora i 15 minuts.
- N'hi ha 30 preguntes de tipus test i es donen 5 possibles respostes: A, B, C, D, E.
- Les preguntes estan dividides en tres grups:
 - 10 preguntes que valen 3 punts cadascuna.
 - 10 preguntes que valen 4 punts cadascuna.
 - 10 preguntes que valen 5 punts cadascuna.
- La puntuació de cada pregunta es compta així, segons el grup de la pregunta:
 - Resposta correcta: 3, 4 o 5 punts, respectivament.
 - Resposta errònia: es resten $\frac{3}{4} = 0,75$ punts, $\frac{4}{4} = 1$ punt o $\frac{5}{4} = 1,25$ punts, respectivament.
 - Resposta sense contestar: 0 punts.
- Cada participant té 30 punts al començament.
 - El mínim de punts és de 0 punts (contestar malament totes les preguntes)
 - El màxim de punts és de 150 punts (contestar bé totes les preguntes).

Fase d'entrenament a l'institut San Antonio de Benagéber

Teniu a la vostra disposició els moments que teniu a continuació per a consultar dubtes i entrenar-vos en la resolució de problemes d'anys anteriors:

Dilluns, dimarts i dijous, de 12:15 a 12:35 (segon temps d'esplai), a la biblioteca.

Pàgina web on trobar proves d'anys anteriors amb les solucions

<http://www.cangur.org/>

Qüestions de 3 punts

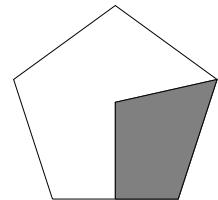
1. La prova Cangur s'ha celebrat a Europa cada any des del 1991, i, per tant, la prova Cangur d'enguany és la...

- A) 11a. B) 17a. C) 16a. D) 15a. E) 13a.

2. Quin és el resultat de l'operació $20 \times (0 + 6) - (20 \times 0) + 6$?

- A) 126 B) 106 C) 114 D) 12 E) 0

3. Hem unit el centre d'un pentàgon regular amb un vèrtex i el punt mitjà d'un costat del pentàgon, com es veu a la figura. Quina part de l'àrea del pentàgon representa el quadrilàter ombrejat?

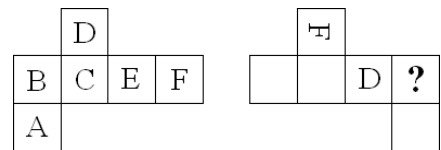


- A) 15 % B) 20 % C) 30 % D) 35 % E) 40 %

4. L'àvia diu al conjunt dels seus néts i nètes: "Vull fer pastissos per a vosaltres i ja he preparat la pasta. Si en faig dos per a cadascú, em sobrarà pasta per a tres pastissos més, però no puc fer tres pastissos per a cadascú: em faltaria pasta per a dos pastissos". Quants néts i nètes, en conjunt, té l'àvia?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Les sis cares d'un cub tenen pintades les lletres A, B, C, D, E i F com es veu en la primera figura, que representa un dels possibles desplegaments d'aquest cub. La segona figura mostra un altre desplegament del cub. Quina lletra es veurà a la cara assenyalada amb l'interrogant (independentment de la posició com quedi)?

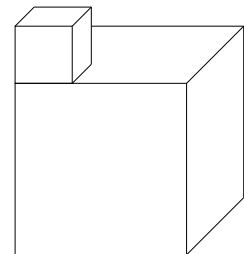


- A) La A. B) La B. C) La C. D) La E. E) Hi ha diverses possibilitats.

6. Una enquesta que s'ha fet a 2.006 alumnes dona com a resultat que 1.500 han participat en la prova Cangur i 1.200 en la cursa popular del seu poble. Quantes de les persones entrevistades han participat en totes dues activitats, si sabem que n'hi ha sis que no han participat ni en la prova de matemàtiques ni en la prova atlètica?

- A) 300 B) 500 C) 600 D) 700 E) 1.000

7. El cos geomètric de la figura s'ha fet enganxant dos cubs. El cub petit, que té l'aresta d'1 cm de longitud, està col·locat al damunt d'un cub més gran, d'aresta 3 cm. Quina és la superfície exterior d'aquest cos?



- A) 56 cm^2 B) 58 cm^2 C) 60 cm^2 D) 62 cm^2 E) 64 cm^2

8. Una llauna de refresc que té una capacitat d'1/3 de litre està plena fins a les 3/4 parts. Quina quantitat de líquid quedarà a la llauna si en traiem 20 cl?

- A) Queda buida. B) 5 cl C) 7,5 cl D) 13 cl E) 24,5 cl

25. Quants triangles isòsceles diferents, d'àrea 1 m^2 , tenen, si més no, un costat de 2 m ?

- A) Cap. B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

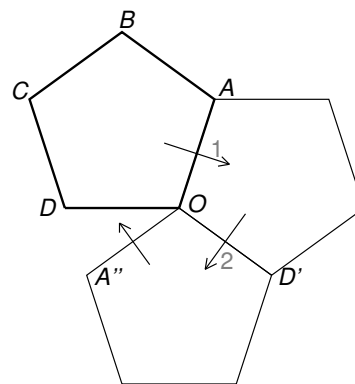
26. En Pere va amb bicicleta des d'un punt P fins a un punt Q amb una velocitat constant. Un altre dia torna a fer el mateix trajecte però incrementant la velocitat en 3 m/s , i s'adona que arriba a Q tres vegades més de pressa que el dia anterior. Si un altre dia augmenta la velocitat inicial en 6 m/s , quantes vegades més de pressa que el primer dia arribarà a Q ?

- A) 5 B) 8 C) 6 D) 4,5 E) 4

27. La Maria ha multiplicat dos nombres enters i el resultat ha estat $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3$. Quina de les situacions següents és possible?

- A) La suma dels dos nombres és divisible per 49.
B) La suma dels dos nombres és divisible per 9.
C) La suma dels dos nombres és divisible per 8.
D) La suma dels dos nombres és divisible per 5.
E) La suma dels dos nombres és divisible per 3.

28. Hem dibuixat el simètric del pentàgon regular $OABCD$ (vegeu la figura) prenent com a eix de simetria la recta on reposa el costat OA (per exemple, el vèrtex D s'ha transformat en el punt D'). Seguidament, hem dibuixat el simètric del pentàgon obtingut respecte l'eix OD' (per exemple, el vèrtex $A' = A$ s'ha transformat en A''), etc. Quin és el nombre mínim de transformacions successives que hem de fer perquè el pentàgon retorni a la posició inicial?



- A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

29. El diàmetre d'un pot de melmelada de préssec és el doble que el d'una llauna de suc de taronja, però l'altura del pot és la meitat que la de la llauna. Quina és la raó entre el volum del pot de melmelada i el de la llauna de suc?

- A) 2 B) 4 C) $1/2$ D) $1/4$ E) Tenen el mateix volum.

30. Trobeu el valor de $x - y$, si

$$x = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2005^2$$

i

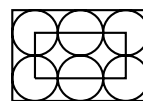
$$y = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 2004 \cdot 2006.$$

- A) 2000 B) 2004 C) 2005 D) 2006 E) 0

8. Un nombre palíndrom o capicua és aquell que es llegeix de la mateixa manera cap avant que cap arrere. Per exemple, 13931 és un nombre palíndrom. Quina és la diferència entre el menor nombre palíndrom de 5 xifres i el major nombre palíndrom de 6 xifres?

- A) 989989 B) 999988 C) 998998 D) 999898 E) 989998

9. Al dibuix hi ha sis cercles idèntics. Els cercles toquen els costats del rectangle gran i els cercles que s'hi troben més a prop. Els vèrtexs del rectangle petit es troben als centres de quatre dels cercles, tal com es veu a la figura. El perímetre del rectangle petit és 60 cm. Quin és el perímetre del rectangle gran?



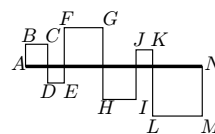
- A) 160 cm B) 140 cm C) 120 cm D) 100 cm E) 80 cm

10. x és un nombre enter negatiu. Quin dels nombres següents és el major de tots?

- A) $x + 1$ B) $2x$ C) $-2x$ D) $6x + 2$ E) $x - 2$

Qüestions de 4 punts:

11. La línia poligonal $ABCDEFGHIJKLMN$ talla el segment AN , el qual fa 24 cm. D'aquesta manera han quedat dibuixats sis quadrats (vegeu la figura). Trobeu la longitud de $ABCDEFGHIJKLMN$.



- A) 48 cm B) 72 cm C) 96 cm D) 56 cm E) 106 cm

12. Es marquen sis punts sobre dues rectes paral·leles, quatre sobre la primera recta i dos sobre la segona recta. Quin és el nombre total de triangles que es poden formar amb aquests punts com a vèrtexs?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 18

13. En un estudi de mercat s'ha trobat que $2/3$ de tots els clients compren el producte A i $1/3$ compra el producte B . Després d'una campanya de publicitat per a promocionar el producte B , un nou estudi mostra que $1/4$ dels clients que compraven el producte A ara compren el producte B , mentre que els que compraven B el segueixen comprant. Per tant, ara tenim:

- A) $1/2$ dels clients compren el producte A , $1/2$ compren el producte B .
B) $1/4$ dels clients compren el producte A , $3/4$ compren el producte B .
C) $7/12$ dels clients compren el producte A , $5/12$ compren el producte B .
D) $5/12$ dels clients compren el producte A , $7/12$ compren el producte B .
E) $1/3$ dels clients compren el producte A , $2/3$ compren el producte B .

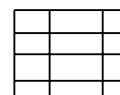
14. A quin nombre s'ha d'eleva 4^4 per a obtenir 8^8 ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

15. Considerem els nombres 1, 2, 3, 4, ..., 10000. Quin percentatge d'aquests nombres són quadrats perfectes?

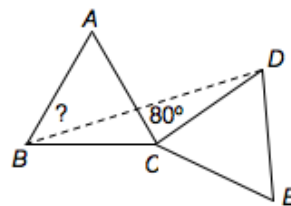
- A) 0,5% B) 1% C) 1,5% D) 2% E) 2,5%

16. Si dibuixam 9 línies (5 d'horitzontals i 4 de verticals) podem construir una taula de 12 cel·les. En canvi, si feim servir 6 línies horitzontals i 3 línies verticals, obtenim una taula de només 10 cel·les. Quin nombre màxim de cel·les podem obtenir si dibuixam 15 línies?



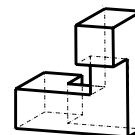
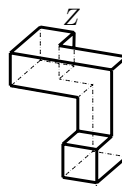
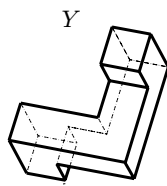
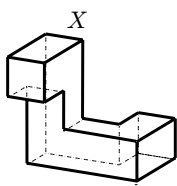
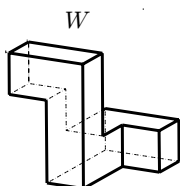
- A) 22 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

17. ABC i CDE són dos triangles equilàters iguals. Si l'angle ACD fa 80° , quin és l'angle ABD ?



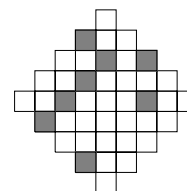
- A) 25° B) 30° C) 35° D) 40° E) 45°

18. Quins dels objectes següents es poden obtenir per rotació de l'objecte dibuixat a la dreta?



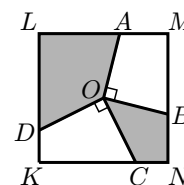
- A) W i Y B) X i Z C) Només Y . D) Cap. E) W, X i Y

19. Quants quadradets hem d'ombrejar com a mínim al dibuix a la dreta per a poder trobar un eix de simetria a la figura resultant?



- A) 4 B) 6 C) 5 D) 2 E) 3

20. Els segments OA , OB , OC i OD estan dibuixats des del centre O del quadrat $KLMN$ de manera que $OA \perp OB$ i $OC \perp OD$, tal com es mostra a la figura de la dreta. Si el costat del quadrat és igual a 2, quant val l'àrea de la zona ombrejada?



- A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 2,25 E) Depèn de la tria dels punts B i C .

Qüestions de 5 punts:

21. Una calculadora no funciona bé: no mostra el dígit 1. Per exemple, si teclegem 3131, només es mostra en pantalla el nombre 33, sense espais. L'August ha teclejat un nombre de 6 xifres en aquesta calculadora i a la pantalla ha aparegut 2007. Quants nombres diferents poden ser els que ha escrit l'August?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

22. Una persona fa una caminada de 2 hores. Inicialment el camí és pla, després puja a una muntanya i, des del cim, torna al punt d'on havia sortit pel mateix camí (per tant, hi haurà un tros de baixada i després altra vegada el tros pla). Les velocitats a les quals camina aquesta persona són 4 km/h quan el camí és pla, 3 km/h a la pujada i 6 km/h a la baixada. Quants quilòmetres ha caminat en total?

- A) Falten dades per a saber-ho. B) 6 km C) 7.5 km D) 8 km E) 10 km

23. L'Albert i la Berta, conjuntament, pesen menys que la Clara i en David; la Clara i l'Ernest, conjuntament, pesen menys que en Francesc i la Berta. Quina de les afirmacions següents és certa amb tota seguretat?
- A) L'Albert i l'Ernest, conjuntament, pesen menys que en Francesc i en David.
 B) En David i l'Ernest, conjuntament, pesen més que la Clara i en Francesc.
 C) En David i en Francesc, conjuntament, pesen més que l'Albert i la Clara.
 D) L'Albert i la Berta, conjuntament, pesen menys que en Francesc i la Clara.
 E) L'Albert, la Berta i la Clara, conjuntament, pesen justament el mateix que en David, l'Ernest i en Francesc.

24. La primera xifra d'un nombre de quatre xifres és igual a la quantitat de xifres 0 que hi ha en el nombre; la segona xifra és igual a la quantitat de xifres 1, la tercera xifra és igual a la quantitat de xifres 2 i la quarta xifra coincideix amb la quantitat de xifres 3 que hi ha en el nombre. Quants nombres de quatre xifres existeixen que compleixin aquestes condicions?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Cap.

25. Hem escrit cinc nombres enters al voltant d'un cercle de manera que no hi ha ni dos nombres adjacents ni cap grup de tres nombres adjacents que sumin un múltiple de 3. Entre aquests cinc nombres, quants n'hi ha que siguin múltiples de 3?

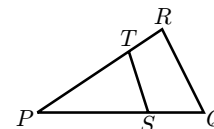
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) És impossible determinar-ho.

26. En l'engraellat de 3×3 de la figura de la dreta, la Marta i en Pere han esborrat cadascú els nombres de quatre caselles de manera que la suma dels nombres que ha esborrat la Marta és el triple de la suma dels nombres esborrats per en Pere. Quin és el nombre que ha quedat sense esborrar?

4	12	8
13	24	14
7	5	23

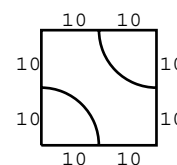
A) 4 B) 7 C) 14 D) 23 E) 24

27. En el triangle PQR de la figura, el punt S divideix el segment PQ en la raó $PS : SQ = 2 : 1$. T és el punt de PR que fa que l'àrea del triangle PST sigui la meitat de l'àrea del triangle PQR . Quina és la raó $PT : TR$ en què el punt T divideix el segment PR ?



A) $\sqrt{2} : 1$ B) $2 : 1$ C) $3 : 1$ D) $4 : 1$ E) $6 : 1$

28. La figura mostra una peça de mesures $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$. Volem recobrir un quadrat de $80 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ amb aquestes rajoles de manera que les línies corbes, que són quadrants de cercle, d'una rajola i d'una altra connectin. Quina és, en centímetres, la longitud més llarga que pot tenir una línia corba connectada?



A) 75π B) 100π C) 105π D) 110π E) 160π

29. Una estranya calculadora només pot multiplicar per 2 o per 3, o bé elevar a la potència 2 o a la potència 3 el nombre que hi ha a la pantalla. Començant amb el nombre 15, quin dels resultats següents es pot obtenir fent cinc operacions seguides amb aquesta calculadora?

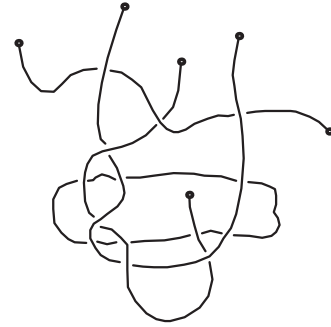
A) $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ B) $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ C) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ D) $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$ E) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$

30. Hem dividit un nombre de tres xifres per 9 i la divisió ha resultat exacta, de manera que la suma de les xifres del quocient és 9 unitats més petita que la suma de les xifres del nombre inicial. Quants nombres de tres xifres tenen aquesta propietat?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 11

Qüestions de 3 punts:

1. Quants trossos de corda hi ha al dibuix?

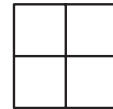


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. En una classe hi ha nou nois i tretze noies. La meitat de l'alumnat de la classe té un refredat. Quantes noies com a mínim tenen un refredat?

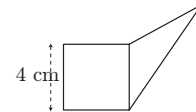
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. Els nombres 2, 3, 4 i un altre nombre que no sabem estan escrits en les cel·les d'una taula 2×2 . La suma dels nombres de la primera fila dóna 9, i la suma dels nombres de la segona fila dóna 6. Quin és el nombre que desconeixem?



- A) 5 B) 4 C) 7 D) 8 E) 6

4. El triangle i el quadrat de la figura tenen el mateix perímetre, i el costat del quadrat fa 4 cm. Quin és el perímetre exterior de tota la figura (un pentàgon)?

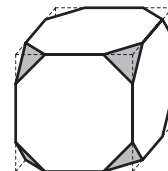


- A) 24 cm B) 26 cm C) 28 cm D) 32 cm E) Depèn de les mesures del triangle.

5. A una venedora de flors li queden 24 roses blanques, 42 de vermelles i 36 de grogues. Quants rams de flors idèntics pot fer, com a màxim, si vol utilitzar totes les flors que li queden ?

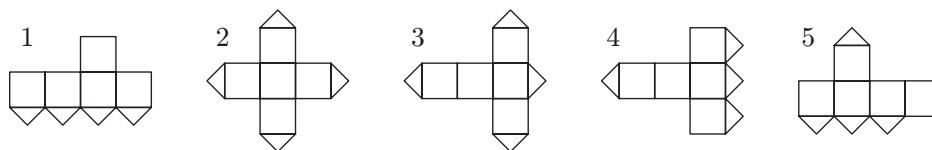
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. Si tallem tots els vèrtexs d'un cub tal com es mostra al dibuix, quantes arestes té el cos que obtenim?



- A) 26 B) 30 C) 36 D) 40 E) Una altra resposta.

15. Una de les cares d'un cub està tallada seguint les seves diagonals. Quins dels desenvolupaments següents no corresponen a aquest cub?

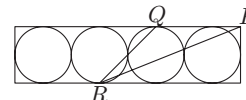


- A) 1 i 3 B) 1 i 5 C) 3 i 4 D) 3 i 5 E) 2 i 4

16. Els punts A , B , C i D estan marcats sobre una línia recta, no necessàriament en aquest ordre. Se sap que $AB = 13$, $BC = 11$, $CD = 14$ i $AD = 12$. Quina és la distància entre els dos punts que es troben més allunyats?

- A) 14 B) 38 C) 50 D) 25 E) Una altra resposta.

17. Quatre cercles tangents de radi 6 cm són inscrits en un rectangle. Si P és un vèrtex i Q i R són punts de tangència, quina és l'àrea del triangle PQR ?



- A) 27 cm^2 B) 45 cm^2 C) 54 cm^2 D) 108 cm^2 E) 180 cm^2

18. Hi ha set cartes dins d'una capsula. Les cartes tenen escrits els números de l'1 al 7 (exactament un número a cada carta). Un savi agafa, a l'atzar, tres cartes de la capsula i un altre savi n'agafa dues (queden dues cartes a la capsula). Llavors el primer savi, després d'haver mirat només les seves cartes, dedueix que la suma dels números de les cartes del segon és un nombre parell. Aleshores, quina és la suma dels números de les cartes del primer?

- A) 10 B) 15 C) 6 D) 9 E) 12

19. En un triangle isòsceles ABC , la bisectriu CD de l'angle C és igual a la base BC . Aleshores quin és el valor de l'angle CDA ?

- A) 90° B) 100° C) 108° D) 120° E) És impossible determinar-ho.

20. S'obté un cub de fusta $11 \times 11 \times 11$ posant junts 11^3 cubs unitat. Quin és el nombre màxim de cubs unitat visibles des d'un mateix punt de vista?

- A) 328 B) 329 C) 330 D) 331 E) 363

Qüestions de 5 punts:

21. Sis cangurs mengen sis sacs de farratge en sis minuts. Quants cangurs es menjaran cent sacs de farratge en cent minuts?

- A) 600 B) 100 C) 60 D) 10 E) 6

22. La proporció de xiques en un grup de joves és de més del 45 %, però menys del 50 %. Quin és el menor nombre possible de xiques en aquest grup?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

23. Un xic sempre diu la veritat els dijous i els divendres, sempre menteix els dimarts, i aleatòriament diu la veritat o menteix els altres dies de la setmana. Durant set dies consecutius, li van preguntar el seu nom, i durant els primers sis dies va donar les respostes següents, en ordre: Joan, Robert, Joan, Robert, Pere, Robert. Què va contestar el setè dia?

- A) Joan. B) Robert. C) Pere. D) Carme. E) Una altra resposta.
-

24. La Heidi i en Pere van a passejar per la muntanya. Al poble llegeixen que la seva destinació és a 2 hores i 55 minuts (caminant). Surten del poble a les dotze en punt. A la una s'asseuen a descansar i veuen un cartell on s'indica que la seva destinació és només a 1 hora i 15 minuts de distància. Descansen un quart d'hora i segueixen caminant a la mateixa velocitat que abans, sense aturar-se. A quina hora arribaran a la seva destinació?

- A) A les 2:30 h B) A les 3:20 h C) A les 2:55 h D) A les 3:10 h E) A les 2:00 h
-

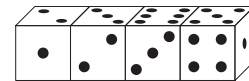
25. Direm que tres nombres primers són *especials* si el seu producte és 5 vegades la seva suma. Quants trios de nombres especials hi ha?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5
-

26. Dos cotxes circulen per una carretera a una velocitat de 80 km/h i mantenen entre si una distància constant de 24 m. En un cert punt entren en una carretera secundària i tots dos passen a circular a una velocitat de 50 km/h. Quina és la distància que separa aleshores els dos cotxes?

- A) 32 m B) 24 m C) 18 m D) 15 m E) 10 m
-

27. Quatre daus idèntics estan col·locats en fila com es veu a la figura. Els daus són com els habituals, o sigui que la suma dels punts de les cares oposades és 7. Quina és la suma dels punts de les sis cares que es toquen?



- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24
-

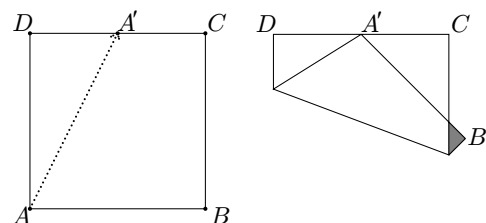
28. Hi ha diverses línies rectes dibuixades al pla, de tal manera que formen angles de 10° , 20° , 30° , 40° , 50° , 60° , 70° , 80° i 90° entre sí. Determineu el nombre mínim possible d'aquestes línies rectes.

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
-

29. El màxim comú divisor de dos nombres enters positius m i n és 12 i el seu mínim comú múltiple és el quadrat d'un nombre enter. Dels cinc nombres $n/3$, $m/3$, $n/4$, $m/4$ i $m \cdot n$, quants podem assegurar que són quadrats perfectes?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Depèn dels nombres.
-

30. Un quadrat $ABCD$ de costat igual a 8 cm s'ha plegat de manera que el vèrtex A s'ha fet coincidir amb el punt mitjà del costat CD . Quina és l'àrea del triangle acolorit?



- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{16}{3}$
-

Qüestions de 3 punts:

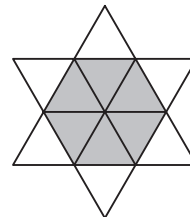
1. Entre els nombres següents, quin és parell?

- A) 2009 B) $2 + 0 + 0 + 9$ C) $200 - 9$ D) 200×9 E) $200 + 9$

2. En una festa hi havia 4 nois i 4 noies. Els nois només van ballar amb noies i les noies només van ballar amb nois. Després van preguntar a tothom amb quantes persones havien ballat. Els nois van contestar: 3, 1, 2, 2. Tres de les noies van dir: 2, 2, 2. Quin nombre va dir la quarta noia?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. L'estrella del dibuix està formada per 12 triangles equilàters petits. El perímetre de l'estrella és de 36 cm. Quin és el perímetre de l'hexàgon gris?



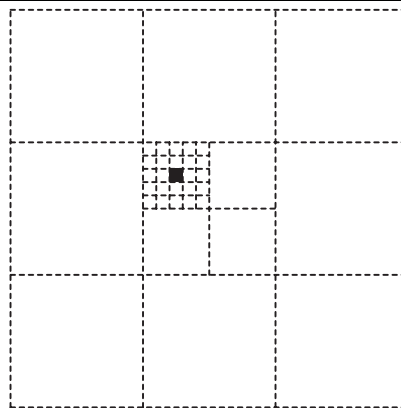
- A) 12 cm B) 6 cm C) 24 cm D) 30 cm E) 18 cm

4. En Harry reparteix paquets al carrer Major. Ha de lliurar un paquet a cada una de les cases que tenen un nombre senar i de manera correlativa, començant per la que porta el número 15 i acabant per la que porta el número 53. A quantes cases ha de lliurar paquets en Harry?

- A) 19 B) 20 C) 27 D) 38 E) 53

5. L'àrea del quadrat gran és 1. Quina és l'àrea del quadrat petit negre?

- A) $\frac{1}{100}$
 B) $\frac{1}{300}$
 C) $\frac{1}{600}$
 D) $\frac{1}{900}$
 E) $\frac{1}{1000}$



6. El producte de quatre enters positius diferents és 100. Quant val la seva suma?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

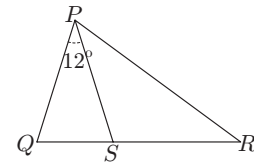
7. En una habitació hi ha gats i gossos. El nombre de potes dels gats és el doble que el nombre de nassos dels gossos. Aleshores el nombre de gats és:

- A) La meitat del nombre de gossos
 B) Igual al nombre de gossos
 C) El doble del nombre de gossos
 D) $\frac{1}{4}$ del nombre de gossos
 E) Quatre vegades el nombre de gossos

8. Un ascensor té una capacitat per a 12 adults o 20 nins. Quants nins poden anar com a màxim amb 9 adults?

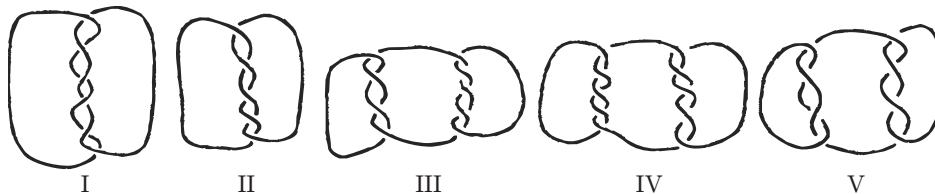
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. A la figura de la dreta, QSR és una línia recta. $\widehat{QPS} = 12^\circ$ i $PQ = PS = RS$. Quant mesura l'angle \widehat{QPR} ?



- A) 42° B) 60° C) 36° D) 84° E) 54°

10. En quines de les figures següents hi ha més d'un tros de corda?



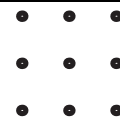
- A) I, III i V B) III, IV i V C) I, III, IV i V D) En totes E) En cap

Qüestions de 4 punts:

11. Per quants enters positius necessitem la mateixa quantitat de xifres per a escriure el seu quadrat que per a escriure el seu cub?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 9 E) Una quantitat infinita

12. Quin és el nombre mínim de punts que cal llevar de la figura, de manera que no hi quedin tres punts alineats?

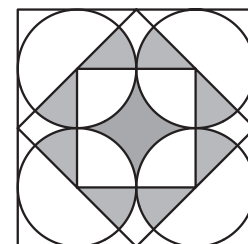


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

13. En Nicolau ha mesurat els 6 angles de dos triangles, un d'ells acutangle i l'altre obtusangle. Recorda quatre d'aquests angles: 120° , 80° , 55° i 10° . Quin és l'angle més menut del triangle acutangle?

- A) 5° B) 10° C) 45° D) 55° E) No és possible determinar-lo

14. Quina part del quadrat exterior està ombrejada?

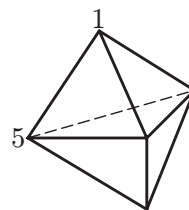


- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi + 2}{16}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

15. En una illa remota unes quantes persones sempre diuen la veritat i la resta menteixen sempre. 25 persones d'aquesta illa estan col·locades en fila índia. La primera persona de la cua diu que totes les altres són mentideres. Totes les altres persones de la cua diuen que la persona que tenen al davant és mentidera. Quantes persones mentideres hi ha a la cua?

- A) 0 B) 12 C) 13 D) 24 E) És impossible saber-ho

16. La figura mostra un sòlid format per 6 cares triangulars. Hi ha un nombre a cada vèrtex. Per cada cara, considerem la suma dels tres nombres situats als vèrtexs de la cara. Si totes les sumes donen el mateix i dos dels nombres són 1 i 5 com es mostra a la figura, quina és la suma dels 5 nombres?



- A) 12 B) 24 C) 18 D) 9 E) 17

17. En la igualtat $\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$ lletres distintes signifiquen dígitos distintos, mentre que lletres iguals signifiquen dígitos iguals. Quants resultats diferents pot donar el producte $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$?

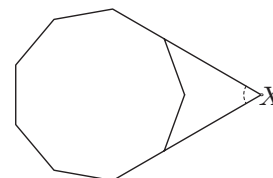
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Volem pintar els quadrats de la taula utilitzant els colors A, B, C i D de tal manera que els quadrats veïns no tinguin el mateix color (els quadrats que comparteixen un vèrtex es consideren veïns). Alguns dels quadrats ja han estat pintats amb els colors com es mostra. Quins són els possibles colors per al quadrat gris?

A	B			
C	D			
		B		
B				

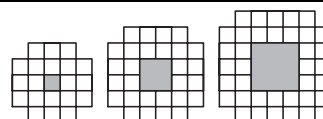
- A) A o B B) C o D C) Només D D) Només C E) A, B, C o D

19. El diagrama ens mostra un eneàgon regular (un polígon de 9 costats). Quant mesura l'angle X ?



- A) 40° B) 45° C) 50° D) 55° E) 60°

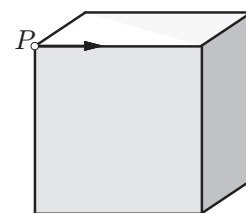
20. Es mostren els tres primers elements d'una successió. Sense comptar el forat quadrat, representat per la regió grisa, quants quadrats unitaris es necessiten per a construir el desè element d'aquesta successió?



- A) 76 B) 80 C) 84 D) 92 E) 100

Qüestions de 5 punts:

21. Començant des del punt P , ens movem al llarg de les arestes per l'exterior del cub, començant en la direcció de la fletxa. Al final de l'aresta hem de triar entre anar cap a l'esquerra o cap la dreta. A la fi de la segona aresta hem de triar de nou, i així successivament. Elegim alternativament dreta i esquerra. Quantes arestes hem de recórrer per tornar al punt P per primera vegada?



- A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

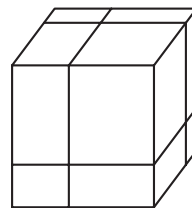
22. Quants nombres de deu xifres podem compondre fent servir només les xifres 1, 2 i 3 en els quals la diferència entre dues xifres consecutives siga 1?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

23. Tots els divisors d'un nombre N , diferents de N i de 1, s'escriuen en una línia. Un cop fet això, veiem que el més gran d'aquests divisors és 45 vegades més gran que el més petit. Quants nombres N hi ha que compleixin aquesta condició?

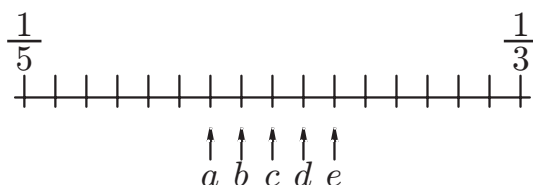
- A) 0 B) 1 C) 2 D) Més de 2 E) És impossible determinar-ho

24. En un cub gros es fan tres talls per a formar vuit prismes més petits. Quina relació hi ha entre l'àrea *total* d'aquests vuit prismes petits i l'àrea del cub original?



- A) 1 : 1 B) 2 : 1 C) 3 : 2 D) 4 : 3 E) 4 : 1

25. Les fraccions $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{5}$ estan situades en la recta numèrica:



Quin punt correspon a la fracció $\frac{1}{4}$?

- A) *a* B) *b* C) *c* D) *d* E) *e*

26. Un quadrat s'ha disseccionat en 2009 quadrats que tenen la mida del costat entera. Quina és la mida més curta possible del costat del quadrat original?

- A) 44
B) 45
C) 46
D) 503
E) No és possible disseccionar un quadrat en 2009 quadrats de costat enter.

27. En el quadrilàter $PQRS$, $PQ = 2006$, $QR = 2008$, $RS = 2007$ i $SP = 2009$. Quins dels angles interiors del quadrilàter han de ser necessàriament menors de 180° ?

- A) *P, Q, R* B) *P, R, S* C) *P, Q, S* D) *Q, R, S* E) *P, Q, R, S*

28. Si superposo un quadrat de $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ sobre un triangle, puc recobrir fins a un 60% del triangle. Si superposo el triangle sobre el quadrat, puc recobrir fins a $\frac{2}{3}$ del quadrat. Quina és l'àrea del triangle?

- A) $22\frac{4}{5}\text{ cm}^2$ B) 24 cm^2 C) 36 cm^2 D) 40 cm^2 E) 60 cm^2

29. En Divendres (el company de Robinson Crusoe) va escriure, un al costat de l'altre, uns quants nombres enters positius diferents, tots ells més petits que 11. Robinson Crusoe se'ls va mirar i es va adonar amb satisfacció que en cada parella de nombres veïns un d'ells era divisible per l'altre. Com a màxim, quants nombres havia escrit en Divendres?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

30. En un triangle ABC , l'angle B és igual a 20° i l'angle C és igual a 40° . La longitud de la bisectriu de l'angle A és 2. Quant val $BC - AB$?

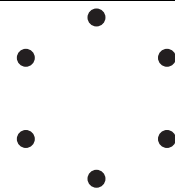
- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Qüestions de 3 punts:

1. Quin d'aquests nombres és el resultat de dividir 20102010 entre 2010?

- A) 11 B) 101 C) 1001 D) 10001 E) Cap nombre enter.

2. Elena dibuixa els sis vèrtexs d'un hexàgon regular i aleshores connecta alguns dels 6 punts amb línies per tal d'obtenir una figura geomètrica. Podem afirmar sense cap mena de dubte que aquesta figura geomètrica no és:

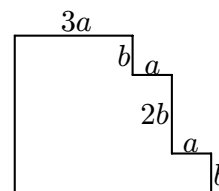


- A) Un trapezi B) Un triangle rectangle C) Un triangle acutangle D) Un triangle obtusangle E) Un quadrat

3. Fa dos anys la suma de les edats de dos gats, Tony i Tiny, era de 15 anys. Ara Tony té 13 anys. Quants anys falten perquè Tiny complisca 9 anys?

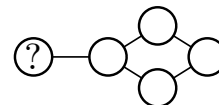
- A) 1 B) 5 C) 2 D) 4 E) 3

4. El perímetre de la figura és igual a:



- A) $10a + 4b$ B) $10a + 8b$ C) $10a + 6b$ D) $5a + 4b$ E) $5a + 8b$

5. Hem d'escriure les xifres 1, 2, 3, 4 i 5 en els cercles de la figura de manera que no quedin connectats directament dos nombres consecutius. Quin nombre hem de posar al cercle en el cercle amb el signe d'interrogació?



- A) 3 B) 2 o 4 C) Qualsevol dels cinc nombres D) 6 E) 1

6. Si escrivim vuit nombres enters consecutius i la suma dels quatre nombres més grans és 50, quant val la suma dels quatre nombres més xicotets?

- A) 41 B) 44 C) 38 D) 37 E) 34

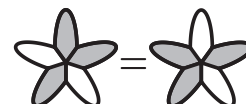
7. Cada hora en punt un tren ix d'Aciutat per anar cap a Bevila. Mitja hora després, és a dir, a totes les mitges hores, ix un tren de Bevila cap a Aciutat. El viatge entre aquestes dues poblacions dura tres hores, tant a l'anada com a la tornada. Un tren que fa un sol viatge d'Aciutat a Bevila, amb quants trens que van en l'altre sentit es creuarà?.

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

8. L'Enric té un rellotge digital que mostra les hores, els minuts i els segons, sempre amb sis dígit. Per exemple, a la pantalla es veia 00:00:00, a mitjanit; 08:57:35, quan l'Enric ha arribat avui a l'escola; 12:00:00, al migdia, i 20:09:07, ahir, quan l'Enric va acabar de sopar. Quantes voltes, des de les 08:00:00 d'un dia fins a les 08:00:00 de l'endemà, canvien simultàniament els sis dígit del rellotge de l'Enric?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

9. La Joana ha dibuixat una flor amb 5 pètals. Vol acolorir els pètals de la flor, però només té dos colors diferents: vermell i groc. Tot tenint en compte que s'entén que els pètals de dues flors estan acolorits de la mateixa manera si podem girar una de les flors i els colors dels pètals d'una queden en la mateixa posició que els de l'altra, quantes flors diferents pot trobar la Joana si acolorix cada pètal fent servir un d'aquests dos colors?



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. Entre les persones que s'apleguen en una festa no n'hi ha dues que facen l'aniversari el mateix dia de l'any. En un cert moment de la festa, sumen el número del dia del naixement de cadascuna d'elles i també els números dels mesos del naixement (gener, 1; febrer, 2; ...; desembre, 12). Si entre totes les persones obtenen un total de 35, quin és el nombre màxim de persones que es poden haver aplegat en eixa festa?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Qüestions de 4 punts:

11. En una classe hi ha 12 xics i 16 xiques. Durant una epidèmia de grip falten a classe la meitat d'alumnes. Com a mínim, quantes xiques falten a classe?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 14

12. Un joier fa cadenes enganxant anelles idèntiques, com a la figura 1. Les dimensions de les anelles es mostren a la figura 2. Quina és la llargada d'una cadena que consta de 5 anelles?

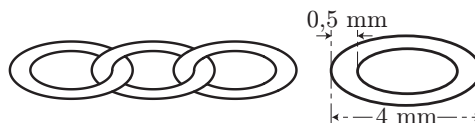


Figura 1

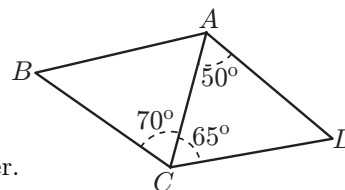
Figura 2

- A) 20 mm B) 19 mm C) 17,5 mm D) 16 mm E) 15 mm

13. Una fàbrica de conserves ha rebut un carregament de 3500 kg de tomaca i n'ha fet dues parts, els pesos de les quals estan en la raó 2 : 3. La quantitat més menuda és per a fer puré, i la més gran per a elaborar quètxup. Quants quilos de tomaques es faran servir per a fer puré?

- A) 550 B) 1400 C) 1600 D) 2300 E) 3000

14. En el quadrilàter $ABCD$ tenim $AD = BC$, $\widehat{DAC} = 50^\circ$, $\widehat{DCA} = 65^\circ$ i $\widehat{ACB} = 70^\circ$. Troba la mesura de \widehat{ABC} . (La figura és un croquis només per fer-se una idea del quadrilàter.)



- A) 60° B) 50° C) 55° D) 65° E) No es pot saber.

15. L'Empar "decora" els nombres: en comptes d'una xifra parell dibuixa un quadrat menut i en comptes d'una xifra imparell dibuixa un cercle menut. Si la xifra és múltiple de 3 pinta de negre la figura corresponent i si no ho és la deixa sense pintar. La figura de la dreta mostra la decoració del nombre 3456. En total, comptant el 3456, quants nombres tenen eixa mateixa decoració?

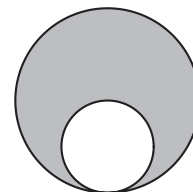


- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

16. Hi ha 50 blocs de colors groc, blau i roig en una caixa. El nombre de blocs grocs és onze vegades el nombre de blocs blaus. Hi ha menys blocs rojos que grocs, però més de rojos que de blaus. Quina és la diferència entre el nombre de blocs grocs i el de blocs rojos?

- A) 19 B) 30 C) 2 D) 22 E) 11

17. Dos cercles són tangents i el petit passa pel centre del gran. L'àrea del cercle gran fa 2010 cm^2 . Quina és l'àrea de la regió ombrejada?



- A) Menys de 1000 cm^2 B) 1005 cm^2 C) 1206 cm^2 D) 1340 cm^2 E) Més de 1500 cm^2

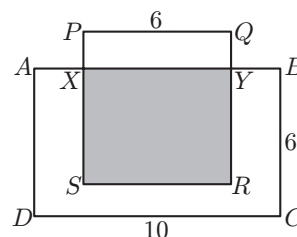
18. En un engraellat de $n \times n$ caselles, on n és un nombre parell, posem un gra d'arròs si la casella correspon a una fila i una columna, totes dues d'ordre imparell; posem 4 grans d'arròs si la fila i la columna són una parell i l'altra imparell; posem 7 grans d'arròs si la fila i la columna són d'ordre parell. Quina és la mitjana del nombre de grans d'arròs que haurem posat en cada casella si hem seguit les instruccions anteriors per a tot l'engraellat?

- A) Depèn del valor de n B) 5 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 3

19. Trobeu el valor de $A + B + C$ si quan considerem el nombre de tres xifres \overline{AAA} , el de dues xifres \overline{BB} i el d'una xifra C , resulta que $\overline{AAA} - \overline{BB} + C = 130$.

- A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 7

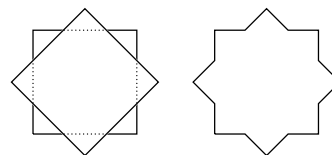
20. En la figura següent, $ABCD$ és un rectangle i $PQRS$ és un quadrat. L'àrea ombrejada és la meitat de l'àrea del rectangle $ABCD$. Quant fa la llargada del segment XS ? (Com és habitual, la figura només és un croquis per fer-vos una idea de l'enunciat.)



- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 5

Qüestions de 5 punts:

21. En Joan ha sobreposat dos tovallons quadrats com es mostra al dibuix, de manera que tots els segments del dibuix tenen les mateixes llargàries. Quina és l'àrea total de la figura que s'obté si la llargària d'un costat del tovalló és igual a 1?



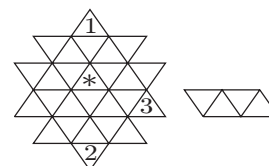
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C) $4 - \sqrt{2}$ D) 2 E) $4 - 2\sqrt{2}$

22. En un mercat de barata, els articles es canvien segons la llista de preus que es mostra al quadre. El senyor Pere anirà a aquest mercat i hi portarà unes quantes gallines i res més. Quantes gallines ha de portar com a mínim el senyor Pere al mercat per estar segur d'endur-se'n una oca, un titot i un gall?

Taula de canvis		
1 titot	\Leftrightarrow	4 galls
1 oca + 2 gallines	\Leftrightarrow	5 galls
5 gallines	\Leftrightarrow	1 oca

- A) 17 B) 15 C) 7 D) 10 E) 12

23. Tots els triangles s'han d'omplir emprant els números 1, 2, 3 o 4. Cada vegada que una peça de la manera indicada al costat es col·loca sobre quatre triangles, amaga quatre números diferents. (La peça es pot girar i col·locar en qualsevol posició.) Uns quants números ja estan escrits. Quin número hauria d'anar en lloc de *?



- A) Només l'1 B) Només el 2 C) Només el 3 D) Només el 4 E) Qualsevol entre 1, 2 o 3

24. A cadascuna de les cartes d'una baralla de vint cartes s'hi escriu un 3 o un 4. La suma de tots els nombres de les cartes és divisible per 17. En quantes cartes hem escrit un 4?

- A) 12 B) 10 C) 6 D) 8 E) 14

25. A l'aparcament de carretons d'un supermercat, hi ha dues files de carretons. La primera fila té 11 carretons i fa 2,7 m de llarg. La segona fila té 15 carretons i fa 3,3 m de llarg. Quina és la longitud d'un carretó?

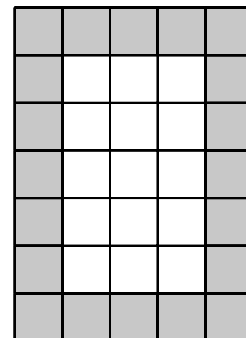


- A) 1,2 m B) 0,8 m C) 1,4 m D) 1 m E) 1,1 m

26. Hi ha els nombres naturals de l'1 al 10 escrits a la pissarra. Els estudiants fan el procés següent: un d'ells esborra dos nombres de la pissarra i en el seu lloc n'escriu un de nou que és la suma dels dos esborrats augmentat en una unitat. A continuació un altre estudiant esborra també dos dels nombres que hi ha escrits a la pissarra i els substitueix per la seva suma més una unitat. I així continuen fent-ho fins que només queda un nombre escrit a la pissarra. Aquest últim nombre és:

- A) Depèn de l'ordre en què els esborren. B) 55 C) 64 D) 65 E) Més gran que 65

27. La Vicenta té moltes peces quadrades blanques i en Vicent també en té moltes però de color gris. Totes les peces són de la mateixa mida. Volen construir un rectangle amb peces blanques a l'interior i peces grises a la vora, com es mostra en la figura. En un cert moment (que no correspon a la situació de la figura) s'adonen que han construït el rectangle més gran possible amb el mateix nombre de peces blanques i grises. Quin és el nombre total de peces que tenen posades en eixe moment?

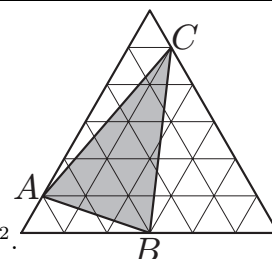


- A) 30 B) 60 C) 48 D) 72 E) 36

28. En el regne de les aigües submarines hi uns polps estranys de 6, 7 i 8 tentacles. Els de 7 tentacles sempre menteixen i, en canvi, els de 6 i els de 8 tentacles sempre diuen la veritat. Un dia es van reunir quatre polps. El primer va dir: "Entre tots tenim 25 tentacles". El segon va dir: "Entre tots tenim 26 tentacles". El tercer va dir: "Entre tots tenim 27 tentacles". El quart va dir: "Entre tots tenim 28 tentacles". Indica quina de les frases següents és certa:

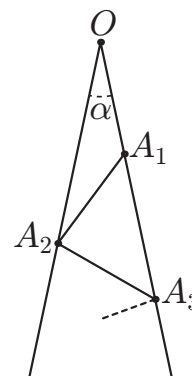
- A) Tots menteixen.
 B) El primer diu la veritat.
 C) El segon diu la veritat.
 D) El tercer diu la veritat.
 E) El quart diu la veritat.

29. El triangle equilàter més gran consta de 36 triangles equilàters més menuts amb una àrea d' 1 cm^2 cadascun. Trobeu l'àrea del triangle $\triangle ABC$.



- A) 13 cm^2 . B) 12 cm^2 . C) 15 cm^2 . D) 11 cm^2 . E) 14 cm^2 .

30. S'han dibuixat els segments $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$, tots ells de la mateixa longitud, de manera que $OA_i \geq OA_{i-1}$. Quin és el nombre més gran de segments $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ que podem construir si $\alpha = 11^\circ$?



- A) Tants com es vulgui. B) 10 C) 8 D) 9 E) 7